

## Top, asymptoot en geen perforatie

Voor elke waarde van  $a$  wordt de functie  $f_a$  gegeven door:

$$f_a(x) = \frac{ax^2 - 2}{x^2 + a}$$

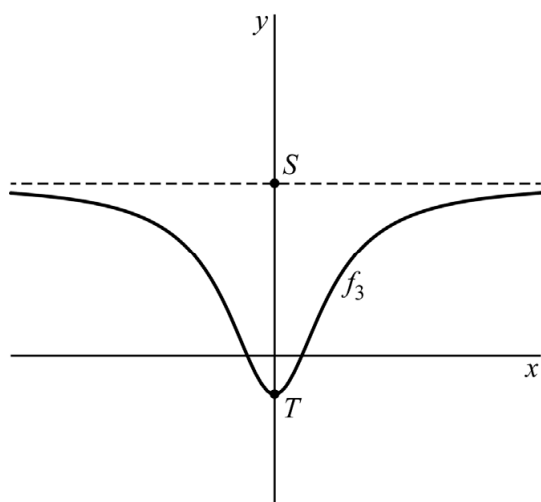
Er bestaat geen waarde van  $a$  waarvoor de grafiek van  $f_a$  een perforatie heeft.

4p **13** Bewijs dit.

In het volgende onderdeel zijn de mogelijke waarden van  $a$  de positieve getallen, dus  $a > 0$ .

De grafiek van  $f_a$  heeft één top  $T$  en deze ligt op de  $y$ -as. Verder heeft de grafiek van  $f_a$  een horizontale asymptoot. Punt  $S$  is het snijpunt van de horizontale asymptoot en de  $y$ -as. Als voorbeeld is in de figuur de grafiek van  $f_3$  weergegeven.

**figuur**



De lengte van lijnstuk  $ST$  is afhankelijk van  $a$ . Deze lengte heeft een minimum.

6p **14** Bereken exact voor welke positieve waarde van  $a$  de lengte van lijnstuk  $ST$  minimaal is.