

Lijnstukken bij een exponentiële functie

15 maximumscore 5

- Voor de x -coördinaat van het raakpunt geldt $e^{ax} = e$, dus $x = \frac{1}{a}$ 1
 - $f_a'(x) = a \cdot e^{ax}$ 1
 - De helling van de raaklijn is $f_a'(\frac{1}{a}) = a \cdot e^{a \cdot \frac{1}{a}} = ae$ 1
 - Een mogelijke vergelijking van de raaklijn is $y = ae \cdot x + b$; deze gaat door $(\frac{1}{a}, e)$ dus $e = ae \cdot \frac{1}{a} + b$ 1
 - Dan volgt $b = 0$, dus de lijn gaat voor elke waarde van a door de oorsprong 1
- of
- $f_a'(x) = a \cdot e^{ax}$ 1
 - De x -coördinaat van het raakpunt van de raaklijn door de oorsprong is oplossing van de vergelijking $a \cdot e^{ax} = \frac{e^{ax}}{x}$ 1
 - Hieruit volgt $x = \frac{1}{a}$ 1
 - $f_a(\frac{1}{a}) = e^{a \cdot \frac{1}{a}} = e$ 1
 - Dus de lijn door de oorsprong die raakt aan de grafiek, gaat door het (raak)punt met y -coördinaat e 1

16 maximumscore 7

- $D(1, 0)$, $E(e^a, 1)$ en $F(e^{2a}, 2)$ 1
- $AD^2 = 2$, $BE^2 = 2(e^a - 1)^2$ en $CF^2 = 2(e^{2a} - 2)^2$ 1
- Dus $AD = \sqrt{2}$, $BE = \sqrt{2}(e^a - 1)$ en $CF = \sqrt{2}(e^{2a} - 2)$ 1
- Uit $AD + BE = CF$ volgt $\sqrt{2} + \sqrt{2}(e^a - 1) = \sqrt{2}(e^{2a} - 2)$ 1
- Herleiden tot $e^{2a} - e^a - 2 = 0$ 1
- Dit geeft $(e^a + 1)(e^a - 2) = 0$ 1
- Dus $a = \ln(2)$ ($e^a = -1$ geeft geen oplossing) 1

of