

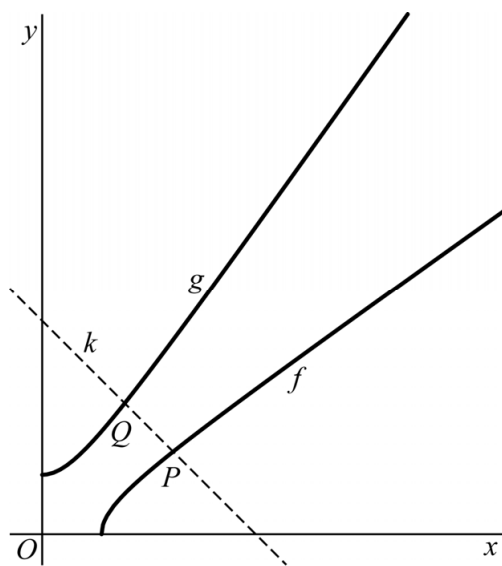
Een wortelfunctie en haar inverse

Voor $x \geq 0$ worden de functies f en g gegeven door $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 1}$ en $g(x) = \sqrt{2x^2 + 2}$. De functies f en g zijn elkaars inverse.

3p 8 Bewijs dat f en g elkaars inverse zijn.

Lijn k met vergelijking $y = -x + a$, met $a \geq \sqrt{2}$, snijdt de grafiek van f in punt P en de grafiek van g in punt Q . Zie figuur 1.

figuur 1



De lengte van lijnstuk PQ is afhankelijk van a .

Er geldt: $PQ = 3a\sqrt{2} - 4\sqrt{a^2 - 1}$

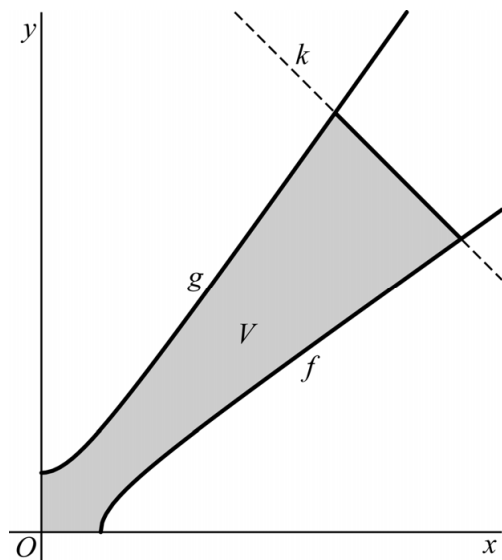
Er is een waarde van a waarvoor de lengte van lijnstuk PQ minimaal is.

5p 9 Bereken exact deze waarde van a .

In figuur 2 zijn opnieuw de grafieken van f , g en k weergegeven, nu voor $a = 17$. Lijn k snijdt de grafiek van f in het punt $(10, 7)$.

Vlakdeel V is het gebied dat begrensd wordt door de grafieken van f en g , de x -as, de y -as en lijn k . In figuur 2 is V grijs gemaakt.

figuur 2



- 6p **10** Bereken de oppervlakte van V . Geef je eindantwoord in twee decimalen.