

Een hoek van 45 graden

17 maximumscore 6

- Voor de coördinaten van Q geldt: $a^2 + b^2 = 125$ 1
- $\cos \angle(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}) = \frac{9a + 27b}{9\sqrt{10} \cdot 5\sqrt{5}}$ 1
- Hieruit volgt $\frac{9a + 27b}{9\sqrt{10} \cdot 5\sqrt{5}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ 1
- Herleiden tot $a + 3b = 25$ 1
- Het stelsel $\begin{cases} a + 3b = 25 \\ a^2 + b^2 = 125 \end{cases}$ geeft $b^2 - 15b + 50 = 0$ (of $a^2 - 5a - 50 = 0$) 1
- De mogelijke coördinaten van Q zijn $(-5, 10)$ en $(10, 5)$ 1

of

- Voor de coördinaten van Q geldt: $a^2 + b^2 = 125$ 1
- Noem de mogelijke punten Q_1 en Q_2 ; als $\overrightarrow{OQ_1} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dan $\overrightarrow{OQ_2} = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{Q_1Q_2} = \begin{pmatrix} -a + b \\ -a - b \end{pmatrix}$ 1
- $\begin{pmatrix} -a + b \\ -a - b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 27 \end{pmatrix} = 0$ geeft $b = -2a$ 1
- Het stelsel $\begin{cases} b = -2a \\ a^2 + b^2 = 125 \end{cases}$ geeft $a^2 = 25$ 1
- De mogelijke coördinaten van Q zijn $(-5, 10)$ en $(10, 5)$ 1

of

- $\tan(\angle P) = 3$ (met $\angle P$ de hoek tussen $\overrightarrow{OP}$ en de positieve x -as) dus $\angle P = 71,5\dots$ ($^\circ$) 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door O en Q (met Q in het eerste kwadrant) is $\tan(\angle P - 45^\circ) = 0,5$ 1
- Dit geeft $b = 2a$ (dus de coördinaten van Q zijn $(a, 2a)$ met $a > 0$) 1
- Dit combineren met $|\overrightarrow{OQ}| = 5\sqrt{5}$ geeft als eerste mogelijkheid $(10, 5)$ 1
- Beide mogelijkheden voor $\overrightarrow{OQ}$ staan loodrecht op elkaar, dus de richtingscoëfficiënt voor de andere mogelijke lijn door O en Q is -2 (of: $\tan(\angle P + 45^\circ) = -2$) 1
- Dit combineren met $|\overrightarrow{OQ}| = 5\sqrt{5}$ geeft als tweede mogelijkheid $(-5, 10)$ 1

of